

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА

3. јун 2013

Професор: Игор Долинка

Асистент: Бојан Башић

1. Испитати да ли је број 17 примитиван корен по модулу 142.
2. Доказати да постоји бесконачно много природних бројева n таквих да је сваки од бројева n , $n + 1$ и $n + 2$ збир квадрата два цела броја.

Једна идеја: Бирати n у форми $x^2 - 1$, за x облика $2a^2 + 1$.

3. У скупу целих бројева решити једначину

$$(x + y + z)^5 = 80xyz(x^2 + y^2 + z^2).$$

Једна идеја: Искористити идентитет

$$(x + y + z)^5 - (-x + y + z)^5 - (x - y + z)^5 - (x + y - z)^5 = 80xyz(x^2 + y^2 + z^2).$$

Није потребно изводити (праволинијски) доказ овог идентитета.